

# PCM a kvantizace

(X31ZZS, Jan Skalický, 2006)

## PCM

- pulzně kódová modulace = nejintuitivnější digitální reprezentace analogového signálu
- uniformní vzorkování + kvantizace (obecně neuniformní; na hw úrovni ADC, na sw funkce užívající `floor()`, `ceil()`, `round()`)
- datový tok více PCM sériově (1 uroveň = skupina bitů) => TDM

## limitace:

- vzorkování – neznemožňuje možnost bezchybné rekonstrukce při dodržení W-N-K-S teorému (jinak vzniká vzorkovací chyba vlivem aliasingu)
- kvantizace – je zdrojem principiálního šumu (původní signál nese nekonečnou informaci díky spojitým úrovním, realizujeme vlastně zobrazení z  $\mathbb{R}$  do  $\mathbb{N}$ ) = “kvantizační šum”
- přesnost hodin – omezení na implementační úrovni, stabilní synchronizační chyba mezi konci komunikačního kanálu je většinou mnohem přijatelnější než nestabilita frekvencí

## kompresa:

- ještě před digitalizací možnost dynamické komprese (DRC) – snížení dynamického rozsahu signálu (na hw úrovni napětím řízený zesilovač, na sw konkávní funkce zesílení) za účelem zvýšení odstupu následného kvantizačního šumu pro malé amplitudy vstupního signálu
- logaritmická komprese – konkrétně 12-13b lineární stupnice kvantizace se zobrazuje na 8b logaritmické stupnice (standard G.711)
- DPCM – diferenční PCM – u audio signálů redukuje průměrný počet bitů na vzorek o 25%
- ADPCM – adaptivní DPCM – má pohyblivou délku kvantizačního kroku (v závislosti na požadovaném odstupu signálu od šumu), ADPCM algoritmy mapují sledy 8b na 4b (standard G.726); některé konkrétní techniky ADPCM jsou použity v technologiích VoIP

pozn.: Historicky je PCM potomkem skutečných “pulzních modulací” - PWM (šířková, resp. obecněji PDM – hustotová) a PPM (poziční). PCM samo o sobě není modulace v pravém smyslu, ale spíše kódování.

## SNR - odstup šumu od signálu, DR - dynamický rozsah

- kvantizace je aproximace okamžité spojité hodnoty, obecně vícerozměrného signálu, diskrétní hodnotou ze spočetné množiny symbolů (kvantizačních úrovní) – ztrátou reálné přesnosti vzniká kvantizační šum (rozdíl úrovní původního a nového signálu).
- SNR = podíl průměrného výkonu původního signálu a šumu (v digitálním systému vzniká právě vlivem kvantizace). Díky velkému dynamickému rozsahu systému je často udáváný v Belech (ev. dB) ( $SNR[B] = \log(SNR)$ ). Při měření SNR kanálu se stanoví referenční signál (v audio technice např. normalizovaná sinusoida 1kHz).
- DR = poměr mezi největší a nejmenší hodnotou úrovně signálu, které je v systému možno zakódovat
- MER = SNR pro digitálně modulovaný signál
- v digitálních systémech existuje vazba mezi bitovou hloubkou vzorku a maximálním dosažitelným SNR. Tento vztah závisí na technice kvantizace a signálovém modelu (SNR má závislost na průběhu konkrétního vstupu).

Pro uniformní kvantizaci užitím celočíselné aritmetiky (n bitů) a náhodný vstup:

$$DR = \frac{\text{max. P level}}{\text{min. P level}} = \frac{(2^n)^2}{1^2} = (2^n)^2$$

$$DR[dB] = 20 * \log_{10} (2^n) \approx 6.02 * n \quad // \text{ definice pomocí výkonu, proto } 20 * \log$$

$$SNR = DR \quad // \text{ protože šum má rovněž náhodný průběh s } \\ // \text{ ...amplitudou } 1 \text{ ( } -0.5 \dots +0.5 \text{ ) kroku}$$

Pro uniformní kvantizaci užitím celočíselné aritmetiky (n bitů) a harmonický vstup:

$$DR[dB] = 20 * \log_{10} (2^n) \approx 6.02 * n \quad // \text{ nezávisí na průběhu vstupu}$$

$$SNR[dB] = 10 * (2n - 1) * \log_{10} 2 + 10 * \log_{10} 3 = 20 * \log_{10} (2^n) + 10 * (\log_{10} 3 - \log_{10} 2) \approx 6.02 * n + 1.761$$

zde je šum přesně determinován vstupem, má pilovitý průběh s frekvencí tolikrát větší než je půlperioda vstupu, kolik je kvantizačních úrovní a rozkmit jednoho zubu pily je 1 ( -0.5..+0.5) kroku. Efektivní hodnota šumu je zde tedy efektivní hodnotou tohoto pilovitého průběhu a podílem s efektivní hodnotou normalizované (max. zachytitelný rozkmit) sinusoidy a mocněním (na výkon, dle definice) bychom dospěli k uvedenému vzorci

- **Pozorování #1: každý 1 bit navíc v rozlišení kvantizace zvyšuje odstup šumu o cca 6dB (výkonově)**
- **Pozorování #2: harmonický průběh má odstup šumu větší než signál náhodný o cca 1.76dB; pro superponované harmonické, řeč a audio signály obecně bude situace podobná, ale se zvyšující se entropií signálu (ve spektrální oblasti se projeví "rozmazáváním" původní 1 spektrální čáry) lze očekávat klesání aditivní konstanty k 0.**

Pro uniformní kvantizaci užitím aritmetiky s plovoucí řádovou čárkou (n bitů; z toho m bitů exponent, n-m bitů mantisa):

$$DR = \frac{\text{max. P level}}{\text{min. P level}} = \frac{(\text{max. mantissa} * 2^{(\text{max. exp})})^2}{1^2} = (1.11\dots_{n-m}\dots 11 * 2^{(2^m-1)})^2 \approx (2 * 2^{(2^m-1)})^2 = (2^{(2^m)})^2$$

$$DR[dB] = 20 * \log_{10} (2^{(2^m)}) \approx 6.02 * 2^m \quad // \text{ (druhý exponent v závorce je "m")}$$

výsledek nezávisí na počtu bitů mantisy, ta akorát poskytne 1 zdvojnásobení rozsahu navíc, čímž zvýší exponent dvojky o 1, tj. přesně na m (exponent poskytne  $2^{m-1}$ , protože je to jeho maximální zobrazitelná hodnota pro m bitů). Odstup signálu od šumu bude analogicky nezáviset na exponentu, ten akorát provádí posun mantisy po mřížce, ale přesnost čísla, resp. počet jeho platných číslic, udává právě mantisa a tudíž:

$$SNR[dB] \approx 6.02 * (n - m) \quad // \text{ SNR zde závisí pouze na mantise}$$

- **Pozorování #1:** Dynamický rozsah kvantizace s plovoucí řádovou čárkou je podstatně větší než DR kvantizace celočíselné, má dokonce exponenciální závislost (v dB) na počtu bitů exponentu.
- **Pozorování #2:** Oproti tomu odstup šumu kvantizace s plovoucí řádovou čárkou je menší než SNR kvantizace celočíselné, a sice o bity, které se vyhradí exponentu. Závislost (v dB) opět lineární.